

1	2	3	4	5	6	7	Всего
НИЧЕГО НЕ ПИШЕМ ЗДЕСЬ							
НИЧЕГО НЕ ПИШЕМ ЗДЕСЬ							



№ _____ Класс _____ Школа _____

Фамилия _____ Имя _____

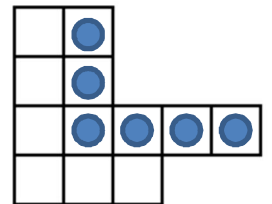
4 класс, вариант В

4В

Бланк участника Санкт-Петербургской математической олимпиады 2015

Памятка участника: ● задачи можно решать в любом порядке ● писать нужно ручкой, зачеркивать и исправлять можно, главное – чтобы написанное было понятно ● если сомневаетесь в ответе и решении, но других нет, все равно запишите ● когда требуется только ответ, пояснения давать не надо ● когда требуется объяснение, постарайтесь его записать – это даст больше баллов ● если места на бланке не хватает, пишите на дополнительном листе ● дополнительный лист и черновик можно попросить прикрепить к работе, но зачеркните лишнее и напишите номера задач около каждого решения ● если задача не получается, не сидите над ней слишком долго ● проверяйте свои ответы, подставив их в условие ● ВСЕМ УДАЧИ !!!

1. Покажите, как разрезать фигуру на рисунке на две равные части по линиям клеток. (Одинаковыми считаются фигуры, совпадающие при наложении. Разрешается поворачивать и переворачивать фигурки).



Решение на рисунке.

2. Улитка каждый день ползла либо только вверх, либо только вниз. При этом за каждые два дня подряд она в сумме спускалась на 8 см. Однако за неделю (7 дней) она оказалось выше начальной точки на 7 см. Как поднималась и спускалась улитка в каждый из дней недели? (Например, «вверх на 10 см»).



Ответ: Вверх на 31 см, вниз на 39 см, вверх на 31 см, вниз на 39 см, вверх на 31 см, вниз на 39 см, вверх на 31 см.

Решение: Разобьем дни на пары 1-2, 3-4, 5-6 и 7 отдельно. Тогда за каждую из трех пар получим, что улитка спустилась на 8 см, итого на 24 см вниз. Но за всю неделю получилось на 7 см вверх, т.е. в 7-й день улитка поднялась на 31 см. Тогда в 6-й день она спустилась на 39 см (6-й вместе с 7-м днем на 8 см вниз), в 5-й поднялась на 31 см (5-й вместе с 6-м днем на 8 см вниз), и т.д.

3. Папа, Маша и Яша идут в школу. Пока папа делает 3 шага, Маша делает 5 шагов. Пока Маша делает 4 шага, Яша делает 5 шагов. Маша и Яша посчитали, что вместе они сделали 540 шагов. Сколько шагов сделал папа?



Ответ: папа сделал 144 шага.

Решение: рассмотрим отрезок пути, на котором Маша делает 4 шага, а Яша – 5 шагов. Вместе они делают на таком отрезке 9 шагов. Значит, они прошли $540 : 9 = 60$ таких отрезков. И Маша всего сделала $60 \times 4 = 240$ шагов. Теперь рассмотрим другой отрезок, на котором уже папа делает 3 шага, а Маша – 5 шагов. Таких отрезков было $240 : 5 = 48$. Отсюда вычислим, сколько шагов сделал папа: $48 \times 3 = 144$ шага.

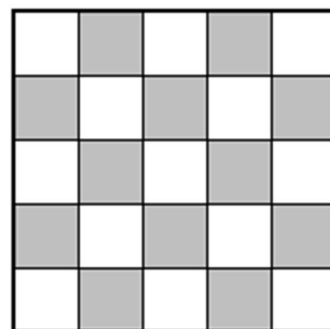
4. 35 школьников ели котлеты и сосиски. Каждый съел либо одну котлету, либо одну сосиску, либо и то, и другое. Оказалось, что сосисок съели вдвое больше, чем котлет, а тех, кто съел котлету с сосиской, набралось 7 человек. Сколько школьников съели только котлету и сколько только сосиску?



Ответ: только котлеты ели 7 школьников, только сосиски ели 21 школьник.

Решение: что-то одно съели $35 - 7 = 28$ человек, а 7 – съели и то, и другое. Поэтому котлет и сосисок съели всего $28 + 7 \times 2 = 42$. Поскольку сосисок вдвое больше, то их в общем количестве 2 части, а котлет – 1 часть, а всего частей – 3. Тогда $42 : 3 = 14$ – это количество съеденных котлет. А сосисок вдвое больше – 28. Остается вычесть 7 человек, которые съели и то, и другое: $14 - 7 = 7$ котлет, $28 - 7 = 21$ сосиска.

5. В белые клетки доски размером 5×5 клеток с шахматной раскраской вписали числа 1, 2, ..., 13 по одному разу каждое. Назовем "тройкой" сумму трех чисел, стоящих в соседних по одной диагонали клетках. Расставьте исходные числа так, чтобы сумма всех возможных "троек" была наименьшей. Чему равна эта сумма?



Ответ: сумма равна 154.

Решение: посчитаем для каждой клетки, в скольких "тройках" она считается. Для угловых – 1 раз; для тех, что посередине каждой стороны – 2 раза, для центральной – 6 раз. Для оставшихся четырех – по 3 раза. Для получения наименьшей суммы будем размещать самые маленькие числа там, где они считаются большее число раз: в центральную клетку – 1, вокруг нее – 2, 3, 4, 5, в средние клетки на каждой стороне – 6, 7, 8, 9, в угловые – 10, 11, 12, 13. Тогда сумма всех троек считается так: $1 \times 6 + (2+3+4+5) \times 3 + (6+7+8+9) \times 2 + (10+11+12+13) = 6 + 42 + 60 + 46 = 154$.

6. Буквы А, О, У, И, Ы, Э, Ё участвовали в соревновании по сольному пению. Известно, что две буквы заняли первое место, три буквы – второе место и две буквы – третье. Сколько есть способов распределить между буквами призовые места?



Ответ: 210 способов.

Решение: для первого места надо выбрать две буквы – это 7×6 способов, но поскольку для любой пары букв найдется такая же пара, выбранная в обратном порядке, то различных пар вдвое меньше, и для первого места есть $(7 \times 6) : 2 = 21$ способ выбора. На второе место существует $5 \times 4 \times 3$ способов выбора букв, но поскольку любые три буквы второго места можно переставить 6 способами, то мы каждый набор из трех букв для второго места посчитали 6 раз. Поэтому для второго места всего $(5 \times 4 \times 3) : 6 = 10$ способов. На третье место попадают 2 буквы из 2 оставшихся, и их можно выбрать 1 способом. Получаем всего способов $21 \times 10 \times 1 = 210$.

7. Дед Пантелей решил наколоть дров. С маленького чурбана у него получалось 5 поленьев, со среднего – 9, а с большого – 13. Всего у деда был 321 чурбан. Могло ли получиться 2015 поленьев, когда он их все расколол?



Ответ: не могло.

Решение: к изначальному количеству "деревяшек" прибавляется либо 4, либо 8, либо 12 частей. Т.о., все, что прибавилось, должно делиться на 4. Но прибавилось $2015 - 321 = 1694$ части, а это число на 4 не делится. Значит, 2015 поленьев получиться не могло.